

太阳高纬和低纬活动现象的混沌与分形特征*

周双^{1)2)†} 冯勇¹⁾ 吴文渊¹⁾

1)(中国科学院重庆绿色智能技术研究院, 自动推理与认知重庆市重点实验室, 重庆 400714)

2)(中国科学院大学, 北京 100049)

(2015年7月3日收到; 2015年9月7日收到修改稿)

为了研究太阳高纬度和低纬度活动现象在南北半球的混沌与分形特征, 结合递归分析方法与Grassberger-Procaccia算法两种技术对1952年2月至1998年6月的极区光斑和黑子数目两种太阳磁活动指标进行了详细分析和比较. 主要结论如下: 1) 由于太阳活动现象与磁场的时空演化密切相关, 导致太阳活动在南半球和北半球的混沌与分形特征具有不对称性, 太阳高纬度和低纬度活动现象的混沌与分形特征具有差异性; 2) 太阳高纬度活动现象比低纬度活动现象具有更强的混沌程度和更复杂的分形结构, 其中太阳高纬度活动现象在北半球具有最强的混沌程度和最复杂的分形结构.

关键词: 极区光斑, 太阳黑子数, 递归图, 关联维数

PACS: 96.60.Q-, 96.60.-j, 96.60.qd

DOI: 10.7498/aps.64.249601

1 引言

太阳是太阳系中占支配地位的星体, 也是赋予和延续地球生命的天体, 空间天气、地球环境和人类活动都会受到太阳表面大气磁活动的制约. 太阳是一个在时间和空间上不断演化的复杂天体, 且在所有电磁频谱范围内均释放能量, 其在不同时间和空间尺度上的周期性变化对于研究太阳磁场的长期演化过程及其对日地空间灾害性天气的预警和预报模式具有极其重要的科学和现实意义^[1]. 太阳能量输出的长周期演化可用群黑子数^[2]、黑子面积^[3]、太阳常数^[4]、太阳半径^[5]等众多太阳活动指标来表征. 太阳表面大气上的黑子、耀斑、光斑、暗条和日珥等磁活动现象在日面上出现时, 会辐射和抛射出大量的电子流、X射线、高能粒子流等, 将对我们的生产和生活造成重要影响, 如对空间天气的影响^[6,7]、对气候的影响^[8,9]、对人类健康的影响^[10,11]等. 此外, 太阳是离我们最近且可以进行详细观测的恒星, 因此研究太阳磁场活动的产生、

发展和消亡的整体行为演化规律, 有助于加深我们对宇宙空间内的类太阳恒星上的磁场活动过程的理解, 也对于我们的国防建设和国民经济发展都有着十分重要的现实意义^[1]. 太阳活动的非线性动力学特征研究是太阳物理领域中一项十分重要的研究内容, 一方面可以加强对太阳磁活动的磁场产生和演化过程的理解, 进而约束和限制现有的太阳发电机理论^[12]; 另一方面, 采用新颖的混沌和分形理论来研究太阳长期活动指数的非线性特征, 对于太阳磁活动周在不同时间尺度上的预测和重构是十分重要的^[13].

混沌是外在表现为无序的随机现象而内部存在确定性的规律, 是有别于周期信号与随机信号的第三类系统. 分形理论打破了传统几何学所不能描述的那些整体与局部自相似的几何图形. 因此, 混沌与分形被认为是继相对论和量子力学之后的第三次物理学革命. 随着混沌与分形理论广泛应用到太阳物理研究领域, 学者们利用此理论取得了许多重要的研究成果: 1) 从混沌的研究角度来讲, 太阳活动是一个受低维混沌吸引子控制的

* 国家自然科学基金(批准号: 11301524)和重庆市基础与前沿研究计划院士专项(批准号: cstc2015jcyjys40001)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zhoushuang@cigit.ac.cn

非线性运动,只能进行中短期的预报^[14],Li和Li等^[15,16]用混沌理论给出了极区光斑和群黑子数的最大预测时间尺度大约为4—5年,Tang和Zhang等^[17]建立了基于相空间重构技术的径向基函数神经网络模型预测第22,23周的太阳活动等,北半球高纬度太阳活动的混沌程度明显高于南半球高纬度^[16,18];相对于全日面月平均黑子数,黑子面积具有更强的混沌程度^[14];此外,太阳高纬度与低纬度活动现象的磁场动力学特征(如准周期特性、半球幅度不对称性和半球相位不同步性)具有较大的差异性^[19–21];2)从分形理论的角度,从观测图像的角度分析,太阳活动的磁场和耀斑的爆发的图像上具有分形几何结构^[22,23];从时序的角度分析,太阳活动做着无规则的分形布朗运动,具有长程相关性^[24,25].虽然太阳活动指数的混沌和分形特征取得了一些成果,但是采用不合适的非线性分析技术手段来研究分析太阳磁活动现象的动力学特征可能会造成虚假的结论^[26].此外,太阳的高纬度和低纬度活动现象存在高度的负相关性^[27,28],但是对于太阳高低纬活动的混沌与分形特征的研究却很少.为了更准确地了解太阳磁活动的变化规律,本文使用新技术进一步分析高纬度南北半球极区光斑与低纬度南北半球黑子数的混沌与分形特征,并进行比较.

目前判别混沌的主要方法使用最大Lyapunov指数和 K 熵,但计算这两个物理量的主要算法受数据长度、噪声以及参数的影响,导致结果不准确.而递归分析方法克服了传统方法的缺点,不需要考虑系统的稳定性、数据长度、噪声信息以及统计分布等情况,可以直接作用于数据,具有较好的分析能力^[29–32],此外,国内的一些学者也对此方法的优点进行了概述^[33–35].而且该方法已经广泛应用到疾病诊断、机械故障识别、材料腐蚀研究等领域^[36–38].因此,新方法可以有效地进行定性和定量的混沌信号识别.由于测定维数的对象不同,所以人们提出了不同定义的分形维数,如盒子维数^[39]、信息维数^[40]、豪斯多夫维数^[41]、关联维数^[42]等.为了从时间序列中计算出分形维数,Grassberger和Procaccia提出了G-P算法.本文采用该算法从小样本太阳活动时间序列中计算出关联维数(分形维数).

为了得到可靠准确的结果,采用递归分析方法与G-P算法对太阳活动进行分析.这两种方法都是描述高维相空间重构后吸引子邻近点的特征,其中

递归分析方法从图形的角度进行定性和定量描述,而G-P算法则是从统计学的角度来描述.本文接下来结构进行简单介绍.首先,选取观测数据并进行平滑处理,滤掉噪声,保留有用信息;其次,介绍使用的递归分析方法和G-P算法;再次,对数据进行相关性分析;然后,利用非线性分析方法对数据进行处理;最后,根据结果进行对比分析,得出结论.

2 数据与方法

2.1 观测数据

极区光斑(polar faculae)是表征太阳活动在高纬度区域(60° — 90°)的活动指数,本文选取的时间序列数据是来源于日本国立天文台的南北半球极区光斑月平均数据^[43].而黑子数(sunspot numbers)是表征太阳活动在低纬度区域(0° — 50°)的活动指数,南北半球的月平均黑子数据来源于法国斯特拉斯堡天文数据中心(Strasbourg Astronomical Data Center)^[44].这两组数据的时间跨度为1952年2月至1998年6月.为了保留时间序列有用的动力学信息,我们使用传统的13点平滑法消除噪声影响,其中图1展示了经过平滑处理后的南北半球的极区光斑与黑子数的月平均分布.

2.2 方法

2.2.1 递归分析法

递归图是由Eckmann等^[45]1987年提出以相空间重构技术为基础,通过吸引子结构特性,运用二维图形来展示信号所存在的内部规律的动力学行为.不同系统产生的时间序列,使得相空间中吸引子的表现不一样,因此递归图展示的结构也会不同.该方法的具体步骤如下:

1)对给定时间序列 $\{x(1), x(2), \dots, x(n)\}$,重构 m 维相空间中的相点,即 $X(i) = [x(i), x(i + \tau), \dots, x(i + (m - 1)\tau)]$, $i = 1, 2, \dots, N$.其中 m 为嵌入维数, τ 为延迟时间, N 为重构后相空间的总点数,且 $N = n - (m - 1)\tau$.

2)计算相空间中任意两点的

$$R_{i,j} = \theta(\epsilon - \|X(i) - X(j)\|) \quad (1)$$

$(i, j = 1, 2, \dots, N),$

其中 $\|\cdot\|$ 为距离范数, ϵ 为截止距离, $\theta(x)$ 是Heaviside阶跃函数.当 $x < 0$ 时, $\theta(x) = 0$;当 $x \geq 0$ 时,

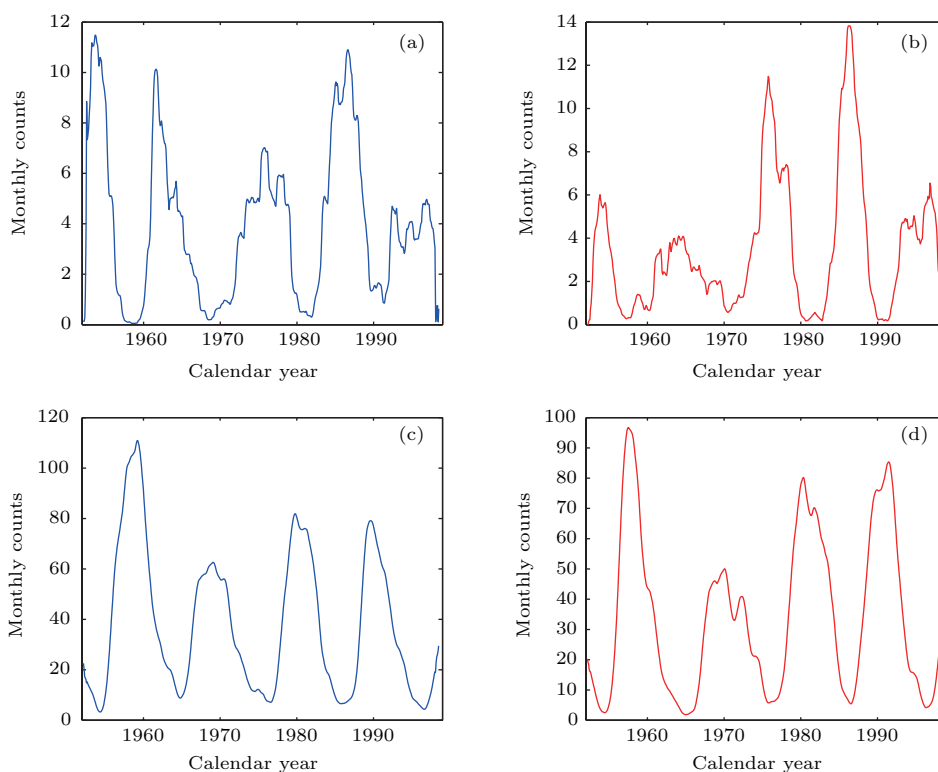


图1 南北半球极区光斑与黑子数的月平均数据 (a) Polar faculae north (PFN); (b) Polar faculae south (PFS); (c) Sunspot numbers north (SNN); (d) Sunspot numbers south (SNS)

Fig. 1. The average monthly data of N-S hemisphere polar faculae and sunspot numbers: (a) Polar faculae north (PFN); (b) Polar faculae south (PFS); (c) Sunspot numbers north (SNN); (d) Sunspot numbers south (SNS).

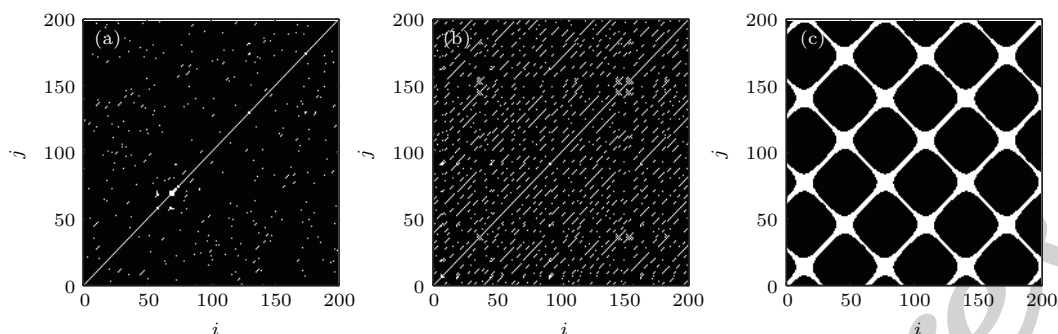


图2 三种信号的递归图 (a) Random signal; (b) Chaotic signal; (c) Periodic signal

Fig. 2. Three kinds of signals recurrence plot: (a) Random signal; (b) Chaotic signal; (c) Periodic signal.

$\theta(x) = 1$. 若 $R_{i,j} = 1$, 则在 $N \times N$ 的坐标平面的相应位置 (i, j) 处描点, 这样就可以得到一副递归图. 在递归图中, 若图中除主对角线外表现为无规则的离散点, 则该时间序列为随机信号, 见图 2(a); 若图中的表现为一些平行主对角线的线段, 则时间序列为混沌信号, 见图 2(b); 若图中表现为棋盘或网格结构, 则时间序列为周期信号, 见图 2(c).

虽然递归图可以直观地分析系统的动力学特性, 但缺少相对客观的定量分析, 在实际应用中具有一定的局限性. 因此, Zbilut 和 Webber 在递归图

的基础上, 根据递归点的特点, 提出了一些定量指标^[46,47], 鉴于本文的目标, 选取确定性 (DET) 作为定量分析指标, 它描述平行主对角线线段的递归点数与总递归点数的比值:

$$DET = \frac{\sum_{l \geq l_{\min}} l \times P(l)}{\sum_{i,j} R_{i,j}}, \quad (2)$$

其中 $P(l)$ 是长度为 l 的对角线分布概率, l_{\min} 为最小对角线长度, 一般取 2. 若 DET 的值越小越接近 0, 表示该信号确定成分越少, 随机成分越多; 若 DET 越大越接近 1, 表示该信号确定成分越多, 随

机成分越少.

2.2.2 G-P 算法

1983年, Grassberger 和 Procaccia 在 Whitney 的“入定理”Packard 的重建相空间理论上提出从实测时间序列中计算关联维数的 G-P 算法 [48,49]. 首先, 对给定时间序列 $\{x(n)\}$, 采用时间差法重构 m 维相空间中的相点, 即 $X(i) = [x(i), x(i+\tau), \dots, x(i+(m-1)\tau)]$, $i = 1, 2, \dots, N$. 其中 m 为嵌入维数; τ 为延迟时间; N 为重构后相空间的点数, $N = n - (m-1)\tau$. 然后得到关联积分

$$C(m, r) = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i \neq j}^N H(r - \|X(i) - X(j)\|), \quad (3)$$

其中 $\|\cdot\|$ 为距离范数, $H(\cdot)$ 为 Heaviside 阶跃函数; 当 $x \leq 0$ 时, $H(x) = 0$; 当 $x > 0$ 时, $H(x) = 1$; $C(m, r)$ 是一个积累分布函数, 它描写了相空间中的吸引子上两点之间距离小于给定常数 r 的概率, 刻画了相对于相空间某参数点 $X(i)$ 在 r 内的相点聚焦的程度, 而且关联维数与关联积分存在 $C(m, r) \propto r^{D(m)}$, 当关联维数随着嵌入维数的增加, 最后达到一饱和值, 此时的关联维数为吸引子的维数, 即

$$D_2 = \lim_{m \rightarrow \infty} \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\ln C(m, r)}{\ln r}.$$

3 实验系统及测量结果

太阳高低纬活动分别采用极区光斑和黑子数, 极区光斑和黑子数来自不同的统计母体, 从图 1 中可以看出, 二者的数目存在量级上的差别. 下面对南北半球的极区光斑与黑子数进行统计分析.

图 3(a) 显示北半球极区光斑与北半球黑子数存在负相关, 回归直线为

$$Y = -0.076X + 6.908, \quad (4)$$

其中, X 表示北半球平滑月平均黑子数, Y 表示北半球极区平滑月平均光斑数. 相关系数 $R = -0.705$, 通过统计显著性检验, 表明两者存在负相关. 图中两条虚线表示 95% 置信区间, 意味着大多数点在这个区间内进行波动. 图 3(b) 显示南半球极区光斑与南半球黑子数存在负相关, 回归直线为

$$Y = -0.077X + 6.176, \quad (5)$$

其中, X 表示南半球平滑月平均黑子数, Y 表示南半球平滑月平均极区光斑数. 相关系数 $R = -0.654$, 通过统计显著性检验, 表明两者存在负相关. 图 3 中两条虚线表示 95% 置信区间, 意味着大多数点在这个区间内进行波动. 以上分析可知两样本不是独立的, 具有负相关.

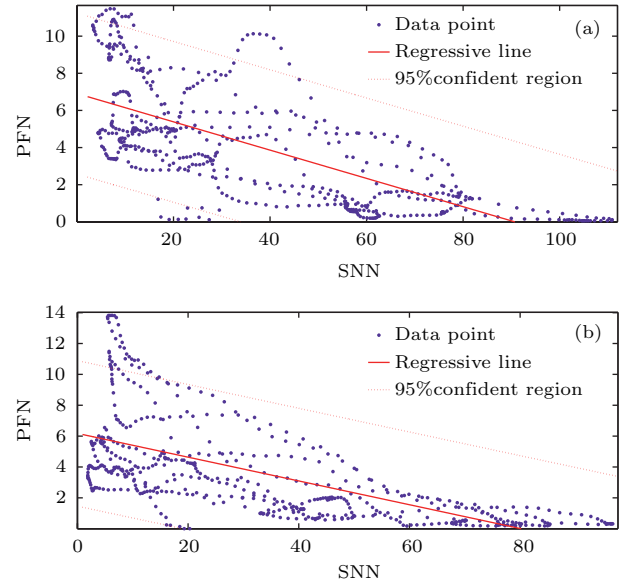


图 3 南北半球极区光斑平滑月平均数和黑子数平滑月平均数的关系
Fig. 3. Relation of the smoothed monthly averages of the polar faculae and the sunspot numbers in the northern and southern hemispheres.

为了得到更准确的结论, 在递归分析中, 选取四组不同的参数 ε , 得到 A, B, C, D 四组递归图, 其中每列为一组, 见图 4. 在图 4 从上至下, 每行依次表示北半球极区光斑的递归图、南半球极区光斑的递归图、北半球黑子数的递归图与南半球黑子数的递归图. 通过以上 16 幅图中可以看出有一些线段与主对角线平行, 具有一定的规律性, 通过递归图的定义可以确定南北半球极区光斑与黑子数都具有混沌特征; 在每组 4 幅图中, 相对高纬度南北半球极区光斑, 低纬度南北半球的黑子数递归图包含相对较多的平行主对角线结构, 说明其确定性较强, 随机成分较少, 可预测性相对强, 又由于它们具有混沌特征, 进而它们具有较弱的混沌程度. 同理, 从四组图整体观察, 北半球极区光斑递归图展示的混沌程度较强. 为了描述递归图中包含相对较多平行主对角线结构的特征, 后面将用确定率 DET 来定量刻画.

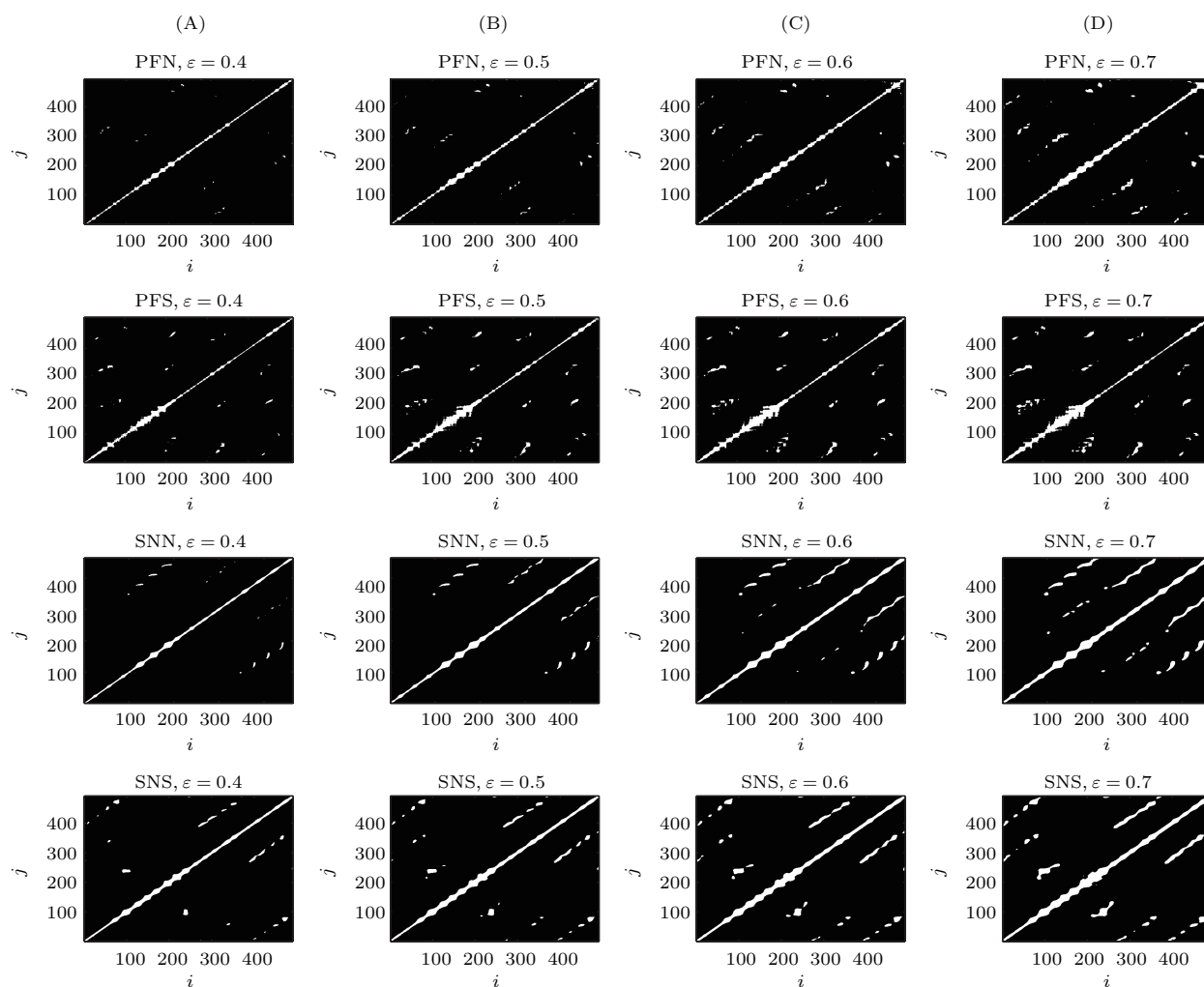


图4 南北半球高低纬度极区光斑与黑子数的递归图

Fig. 4. Polar faculae and sunspot numbers recursive graph at the high and low latitudes in the northern and southern hemispheres.

图5从左至右依次表示北半球极区光斑、南半球极区光斑、北半球黑子数与南半球黑子数的双对数带误差曲线。每幅图中都展示着不同嵌入维数 m 下对应的曲线(其误差线表示每个数据的潜在误差或不确定度)。首先在每幅图的每条颜色曲线中找出存在直线的部分,然后求每条曲线对应直线部分的斜率,所得直线的斜率就是每个嵌入维数 m 所对应的关联维数,最后绘制由此得到的关联维数(分形维数)与嵌入维数 m 之间的关系图,见图6。图6从左至右依次表示北半球极区光斑、南半球极区光斑、北半球黑子数与南半球黑子数的分形维数随嵌入维数变化曲线图(其中误差线表示数据的潜在误差或不确定度)。从北半球极区光斑的关联维数 $D(m)$ 随嵌入维数 m 的变化曲线图中可以看出,当嵌入维数 $m \geq 5$ 时, $D(m)$ 趋于稳定,达到一个饱和值,此时的 $D(m)$ 为

分形维数,即 $D_2 = 1.707 \pm 0.091$, 换句话说北半球极区光斑具有分形特征,其混沌奇异吸引子的维数为 1.707 ± 0.091 。同理可知,南半球极区光斑的分形维数为 1.689 ± 0.056 , 北半球黑子数的分形维数为 1.562 ± 0.020 , 南半球黑子数的分形维数为 1.526 ± 0.067 。

由于递归图只能对系统进行定性的动力学特性分析,因此我们使用递归分析中的指标DET进行定量分析,以获得系统更多的有用信息,这为递归分析方法研究太阳的非线性活动的特征提取提供了有利条件。为了分析对比,我们将递归分析中四组DET的平均值和G-P算法得到的关联维数(分形维数)统一到表1中。从表1中,在1952年2月至1998年6月这段时间内的数据可以得出如下结论:1)所有分形维数 D_2 小于2,意味着太阳高低纬度磁活动具有低维分形结构,同时也揭示了在相

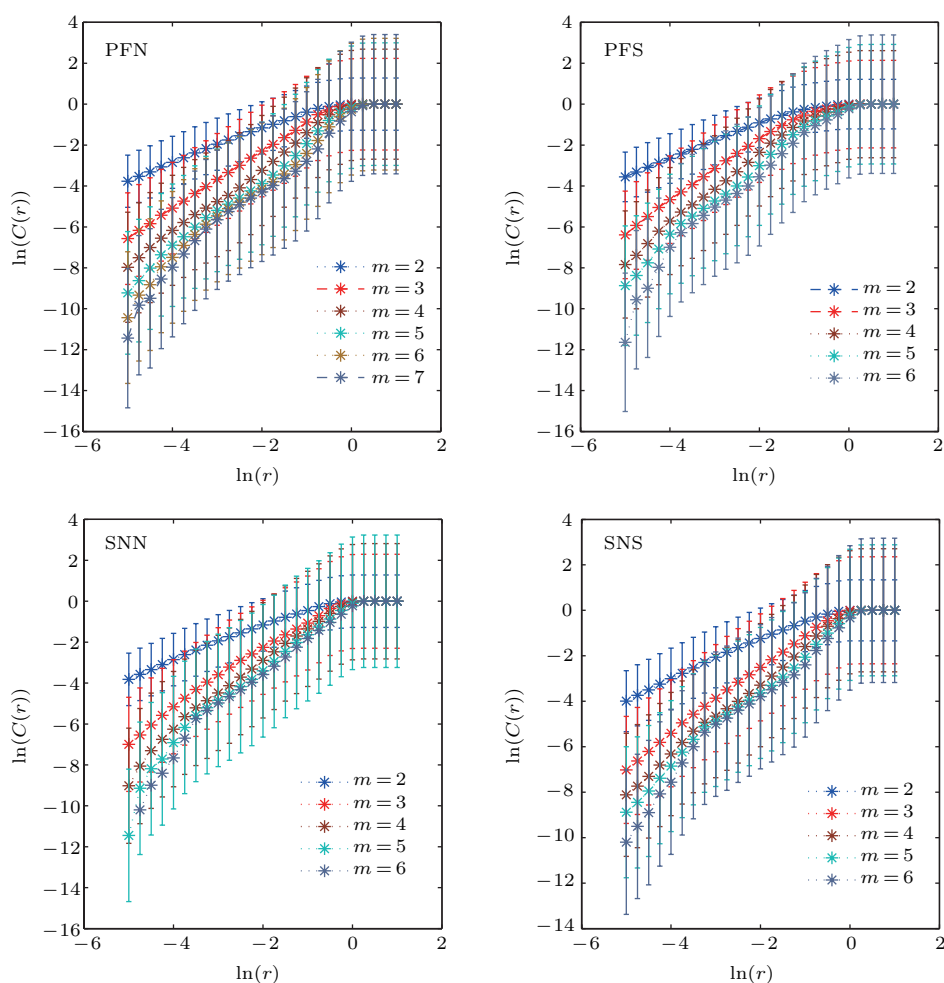


图5 带误差线的双对数曲线图

Fig. 5. Double logarithmic curve with error bars.

空间中, 需要不少于两个独立变量来描述长期的太阳活动, 这个结论与文献[14, 50]一致; 2) 所有DET都接近1, 说明这些指数所代表的太阳磁活动含有较高的确定成分, 不是随机信号; 3) 为了定量对比太阳高低纬度活动的混沌与分形特征, 我们把表1中的数值进行相对相差分析, 结果列于表2, 从表2中可以看出: 对于确定率DET, 极区光斑南北半球的相对相差约为0.71%, 黑子数南北半球的相对相差约为0.20%, 北半球的极区光斑与黑子数的相对相差约为1.82%, 南半球的极区光斑与黑子数的相对相差约为1.31%; 对于分形维数 D_2 , 极区光斑南北半球的相对相差约为1.06%, 黑子数南北半球的相对相差约为2.33%, 北半球的极区光斑与黑子数的相对相差约为8.89%, 南半球的极区光斑与黑子数的相对相差约为10.14%. 下面我们利用带误差线条形柱状图来形象地说明上述的结果. 对于DET来说, 图7(a)中南北半球的极区光斑差别以及南北半球的黑子数差别都不明显. 图7(b)中

北半球高纬度的极区光斑与北半球低纬度的黑子数差别以及南半球高纬度的极区光斑与南半球低纬度的黑子数差别都不明显. 但是对于 D_2 来说, 图7(a)中南北半球的极区光斑差别以及南北半球的黑子数差别都明显. 图7(b)中北半球高纬度的极区光斑与北半球低纬度的黑子数差别以及南半球高纬度的极区光斑与南半球低纬度的黑子数差别都明显. 而且从图中还可以看出北半球的极区光斑具有较大的分形维数, 其分形结构的复杂性相对较强. 相反, 南半球黑子数具有较小的分形维数, 其分形结构的复杂性相对较弱. 对于每个指数的DET的结果, 从相对相差和带误差线的条状图的角度看, 高低纬度的差异性以及南北半球的差异性都不是很明显. 接下来我们从统计学的角度来客观判断它们是否具有显著性差异. 首先, 由于我们的DET为四组数据的平均值加减标准差, 因此, 可以用统计学的 T 检验进行分析[51], 结果发现北半球的极区光斑与北半球的黑子数的DET的

统计概率为0.0061 小于显著性水平0.05, 南半球的极区光斑与南半球的黑子数的DET的统计概率为0.0017小于显著性水平0.05, 北半球的极区光斑与南半球的极区光斑的DET的统计概率为0.043 小于显著性水平0.05, 北半球的极区光斑与南半球的极区光斑的DET的统计概率为0.043 小于显著性水平0.05, 北半球的黑子数与南半球的黑子数DET的统计概率为0.025 小于显著性水平0.05. 这些 T 检验结果说明, 太阳高低纬度的确定率DET具有显著性差异, 太阳南北半球的确定率DET也具有显著性差异. 又由于它们都是混沌信号, 而且含不同的确定成分以及随机成分, 那么它们的可预测性强弱会不同, 进而, 太阳高低纬度的混沌程度以及太阳南北半球的混沌程度都存在显著性差异. 其次, 由于 D_2 是经过回归分析得到的, 故我们采用邹氏检验来验证这些分形维数的差异性 [52], 结果发现南北半球的极区光斑的 F 值大于 $F_{0.05}(2, 23)$ 的临界值 3.422, 南北半球的黑子数的 F 值大于 $F_{0.05}(2, 23)$ 的临界值 3.422, 北半球极区光斑与北半球黑子数的 F 值大于 $F_{0.05}(2, 26)$ 的临界值 3.369, 南半球极区光斑与南半球黑子数的 F

值大于 $F_{0.05}(2, 22)$ 的临界值 3.443, 这说明南北半球的分形维数具有显著性差异, 高低纬度的分形维数也具有显著性差异. 综上, 从统计学的角度, 极区光斑与黑子数在确定率和分形维数上都具有显著性差异, 同时DET数值间比较与 D_2 数值间比较具有统计意义. 因此, 我们可以从定量结果比较中容易得出北半球的极区光斑具有最强的混沌程度以及最复杂的分形结构.

表 1 南北半球高低纬度太阳活动指数比较

Table 1. Comparison of solar activity index at the high and low latitudes in the northern and southern hemispheres.

太阳纬度	半球	DET	D_2 分形维数
高纬度	北半球极区光斑	0.979 ± 0.007	1.707 ± 0.091
高纬度	南半球极区光斑	0.986 ± 0.004	1.689 ± 0.056
低纬度	北半球黑子数	0.997 ± 0.002	1.562 ± 0.020
低纬度	南半球黑子数	0.999 ± 0.001	1.526 ± 0.067

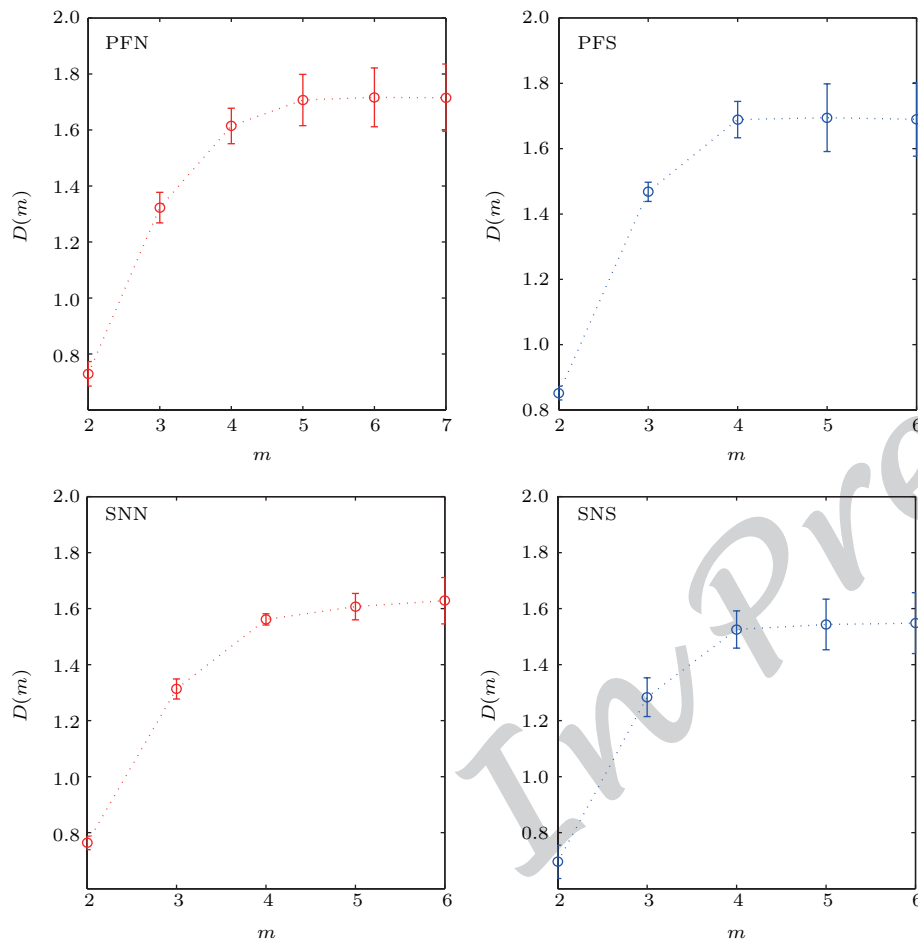


图 6 带误差线的关联维数随嵌入维数变化

Fig. 6. Curves for correlation dimension changing with embedding dimension with error bars.

表2 极区光斑与黑子数的特征指数比较
Table 2. Comparison of characteristic index of polar faculae and sunspot numbers.

	南北半球		高低纬度	
	PFN 与 PFS	SNN 与 SNS	PFN 与 SNN	PFS 与 SNS
DET	0.71%	0.20%	1.82%	1.31%
D_2	1.06%	2.33%	8.89%	10.14%

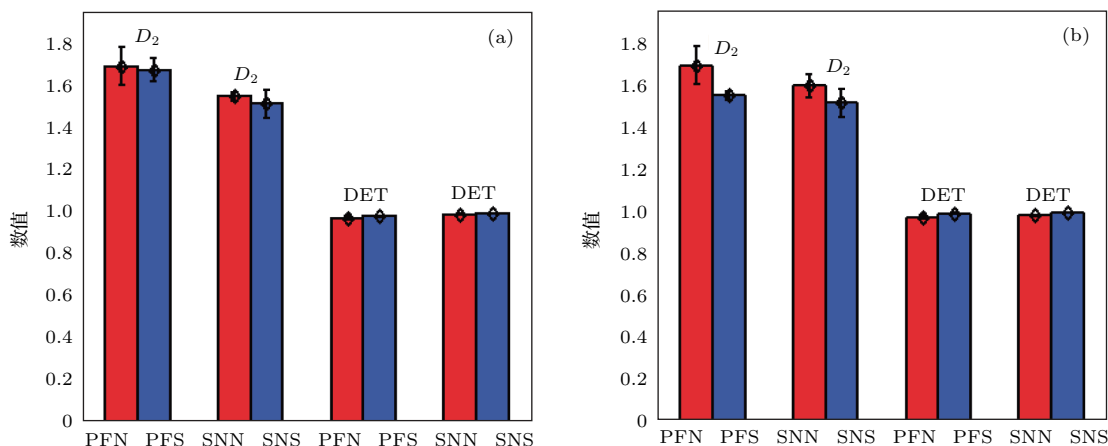


图7 极区光斑与黑子数的带误差线条形柱状图 (a) 太阳南北半球活动的混沌与分形对比图; (b) 太阳高低纬度活动的混沌与分形对比图

Fig. 7. The polar faculae and the sunspot numbers with the error line shape histogram: (a) Chaos and fractal properties of solar activity phenomena in the northern and southern hemispheres; (b) chaos and fractal properties of solar activity phenomena at the high and low latitudes.

4 结 论

太阳磁活动具有非线性特征, 传统的非线性分析方法由于受噪声、非平稳性、数据长度以及参数的影响, 不能准确揭示其本质特征, 导致虚假结果. 因此本文选用一种新的研究方法——递归分析方法来度量极区光斑与黑子数的混沌特征. 该算法简单, 计算速度快, 适合于进行实时处理, 具有很好的抗干扰能力. 再结合快速计算分形的G-P算法, 通过实例仿真, 得出以下结论: 1) 由于太阳活动现象与磁场的时空演化密切相关, 导致北半球的高纬度和低纬度的太阳磁活动比南半球具有更复杂的分形结构与更强的混沌强度, 并且南北半球磁活动的混沌与分形特征存在统计上的差异性. 换句话说, 从混沌与分形的角度, 说明了南北半球太阳磁活动具有不对称性, 这与文献 [16] 中使用极区光斑的结论一致. 对于这点并不是本文的重点, 而是应用递归分析方法与G-P算法强化了此结论; 2) 相对低纬

度的太阳磁活动, 根据递归分析法和分形维数, 可知高纬度的太阳磁活动具有较强的混沌程度和较复杂的分形结构, 其中北半球高纬度的太阳磁活动最为复杂, 可预测的时间更短, 预测难度更大. 这可能与极区光斑所代表的极区磁场作为太阳发电机理论的种子磁场具有比黑子数更多的物理意义有关. 本文从混沌与分形角度对高纬度和低纬度的太阳活动现象进行了研究, 得到了定量的分析结果, 可使我们更深入地了解太阳磁活动变化的本质规律.

参考文献

- [1] Fang C, Ding M D, Chen P F 2008 *Physics of Solar Active Regions*(Nanjing: Nanjing University Press) p18 (in Chinese) [方成, 丁明德, 陈鹏飞 2008 太阳活动区物理 (南京: 南京大学出版社) 第18页]
- [2] Deng L H, Qu Z Q, Yan X L, Wang K R 2013 *Res. Astron. Astrophys.* **13** 104
- [3] Chowdhury P, Khan M, Ray P C 2009 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **392** 1159

- [4] Li K J, Feng W, Xu J C, Gao P X, Yang L H, Liang H F, Zhan L S 2012 *Astrophys. J.* **747** 135
- [5] Qu Z N, Kong D F, Xiang N B, Feng W 2015 *Astrophys. J.* **798** 113
- [6] Schatten K 2005 *Geophys. Res. Lett.* **32** 21
- [7] Higgins P A, Gallagher P T, McAteer R J, Bloomfield D S 2011 *Adv. Space Res.* **47** 12
- [8] Friis-Christensen E, Lassen K 1991 *Science* **254** 698
- [9] Lean J, Beer J, Bradley R 1995 *Geophys. Res. Lett.* **22** 3195
- [10] Cherry N 2003 *Nat. Hazards* **29** 1
- [11] Mendoza B, de la Peña S S 2010 *Adv. Space Res.* **46** 449
- [12] Hanslmeier A, Brajsa R 2010 *Astron. Astrophys.* **509** A5
- [13] Spiegel E A 2009 *Space Sci. Rev.* **144** 25
- [14] Zhou S, Feng Y, Wu W Y, Li Y, Liu J 2014 *Res. Astron. Astrophys.* **14** 104
- [15] Li Q X, Li K J 2007 *Chin. J. Astron. Astrophys.* **7** 435
- [16] Li Q X, Li K J 2007 *Publ. Astron. Soc. Jpn.* **59** 983
- [17] Tang J, Zhang X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 169601 (in Chinese) [唐洁, 张雄 2012 物理学报 **61** 169601]
- [18] Zou P, Li Q X, Wu N 2014 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 2014 **437** 38
- [19] Deng L H, Li B, Xiang Y Y, Dun G T 2014 *Adv. Space Res.* 2014 **54** 125
- [20] Deng L H, Qu Z Q, Yan X L, Liu T, Wang K R 2012 *J. Astrophys. Astron.* **33** 221
- [21] Deng L H, Qu Z Q, Yan X L, Liu T, Wang K R 2012 *Astron. Nach.* **33** 221
- [22] Aschwanden M J, Aschwanden P D 2008 *Astrophys. J.* **674** 530
- [23] Aschwanden M J, Aschwanden P D 2008 *Astrophys. J.* **674** 544
- [24] Lepreti F, Fanello P C, Zaccaro F, Carbone V 2000 *Sol. Phys.* **197** 149
- [25] Sen A K 2007 *Sol. Phys.* **241** 67
- [26] Panchev S, Tsekov M 2007 *J. Atmos. Sol-Terr. Phys.* **69** 2391
- [27] Deng L H, Song J Y, Xiang Y Y, Tang Y K 2011 *J. Astrophys. Astron.* **32** 401
- [28] Deng L, Qu Z, Dun G, Xu C 2013 *Publ. Astron. Soc. Jpn.* **65** 11
- [29] Zbilut J P, Giuliani A, Webber C L J 2000 *Phys. Lett. A* **267** 174
- [30] Manetti C, Giuliani A, Ceruso M A, Webber C L J, Zbilut J P 2001 *Phys. Lett. A* **281** 317
- [31] Thomasson N, Hoepfner T J, Webber C L J, Zbilut J P 2001 *Phys. Lett. A* **279** 94
- [32] Webber C L J 2012 *Front. Physiol.* **3** 382
- [33] Han G S, Yu Z G, Ann V 2011 *Chin. Phys. B* **20** 100504
- [34] Liu J, Shi S T, Zhao J C 2013 *Chin. Phys. B* **22** 010505
- [35] Meng Q F, Chen S S, Chen Y H, Feng Z Q 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 050506 (in Chinese) [孟庆芳, 陈珊珊, 陈月辉, 冯志全 2014 物理学报 **63** 050506]
- [36] Ouyang G, Li X, Dang C, Richards D A 2008 *Clin. Neurophysiol.* **119** 1747
- [37] Zhao P, Zhou Y L, Sun b 2010 *J. Vibr. Measu. Diagn.* **6** 612 (in Chinese) [赵鹏, 周云龙, 孙斌 2010 振动·测试与诊断 **6** 612]
- [38] Liu G L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3359 (in Chinese) [刘贵立 2009 物理学报 **58** 3359]
- [39] Mandelbrot B B 1985 *Phys. Scrip.* **32** 257
- [40] Badii R, Broggi G, Derighetti B, Ravani M, Ciliberto S, Politi A, Rubio M A 1988 *Phys. Rev. Lett.* **60** 979
- [41] Grassberger P 1985 *Phys. Lett. A* **107** 101
- [42] Li Q X 2008 *Ph. D. Dissertation* (Kunming: Yunnan Observatories Chinese Academy of Sciences) (in Chinese) [李启秀 2008 博士论文 (昆明: 中国科学院云南天文台)]
- [43] http://solarwww.mtk.nao.ac.jp/en/db_faculae.html
- [44] <http://cds.u-strasbg.fr/>
- [45] Echmann J P, Kamphorst S O, Ruelle D 1987 *Europhys. Lett.* **5** 973
- [46] Zbilut J P, Webber C L J 1992 *Phys. Lett. A* **171** 199
- [47] Webber C L J, Zbilut J P 1994 *J. Appl. Physiol.* **76** 965
- [48] Grassberger P, Procaccia I 1983 *Phys. Rev. Lett.* **50** 346
- [49] Grassberger P, Procaccia I 1983 *Physica. D* **9** 189
- [50] Watari S 1996 *Sol. Phys.* **63** 259
- [51] Zhu H W 2004 *Applied Statistics* (Beijing: Higher Education Press) p155 (in Chinese) [朱洪文 2004 应用统计 (北京: 高等教育出版社) 第 155 页]
- [52] Yang X Y, Xiang S P, Chen Q D 2014 *Statistics and Decision* **9** 78 (in Chinese) [杨湘豫, 向圣鹏, 陈前达 2014 统计与决策 **9** 78]

Chaos and fractal properties of solar activity phenomena at the high and low latitudes *

Zhou Shuang^{1)2)†} Feng Yong¹⁾ Wu Wen-Yuan¹⁾

1) (Chongqing Key Laboratory of Automated Reasoning and Cognition, Chongqing Institute of Green and Intelligent Technology, Chinese Academy of Sciences, Chongqing 400714, China)

2) (University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

(Received 3 July 2015; revised manuscript received 7 September 2015)

Abstract

The solar magnetic activity is produced by a complex dynamo mechanism and exhibits nonlinear dissipation behavior in nature. The chaotic and fractal properties of solar activity phenomena are of great importance for understanding the nonlinear dynamo actions, especially nonlinear dynamo models. To study the chaotic and fractal properties of solar activity phenomena at the high- and low-latitudes, the polar faculae and sunspot numbers in the time interval from 1952 February to 1998 June are used to investigate their nonlinear dynamical behavior by the recurrence analysis method and Grassberger-Procaccia (G-P) algorithm. Firstly, the monthly average value of both polar faculae and sunspot numbers are smoothed to filter the noisy signal by the 13-point smoothing method. This procedure can keep the original dynamical information. Secondly, the correlation coefficient of these two solar activity indicators is analyzed, and the analysis results indicate that there is a negative correlation between polar faculae and sunspot numbers. To obtain more accurate results, the recurrence quantification analysis (RQA) is used to obtain the average value of the rate of DET by selecting four groups of different parameters. And then, we use the G-P algorithm to draw the correlation integral curve graphs and to obtain the correlation dimension of polar faculae and the sunspot numbers. Finally, the analysis results given by RQA and G-P algorithm are analyzed and compared by advanced statistical method. The main conclusions of this paper are as follows. 1) From a statistical point of view, the chaotic and fractal properties of high- and low-latitudes solar activity are different between in the northern hemisphere and in the southern hemisphere, owing to the fact that the temporal variation of solar activity is closely related to the magnetic field evolution. This result is in agreement with the previous results given by the polar faculae. It should be pointed out that this result is not the main goal of this article, we only reinforce this conclusion by the recurrence analysis and G-P algorithm. 2) The chaotic behaviors of solar magnetic activity at high latitude are stronger than at low latitude. Furthermore, the high-latitude solar activity in the northern hemisphere has the most complex fractal structure. Based on the solar nonlinear dynamo theory, the polar magnetic fields are the seed fields of the solar activity. That is to say, the physical meaning of polar faculae is more important than sunspot numbers. We think that our results are useful for understanding the physical nature of the systematic regularity of solar activity phenomena.

Keywords: polar faculae, sunspot numbers, recurrence plot, correlation dimension

PACS: 96.60.Q-, 96.60.-j, 96.60.qd

DOI: 10.7498/aps.64.249601

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No.11301524) and Chongqing Academicians Special Research Project Based on Basic and Frontier (Grant No. cstc2015jcyjys40001).

† Corresponding author. E-mail: zhoushuang@cigit.ac.cn